

# Contenido

---

## 1 INTRODUCCIÓN Y ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA 1

- 1-1 Panorama de la estadística y la probabilidad 1
  - 1-1.1 ¿Qué es la estadística? 1
  - 1-1.2 El papel de la estadística en la ingeniería y en la ciencia 2
  - 1-1.3 Las computadoras y la estadística 4
- 1-2 Presentación gráfica de los datos 4
  - 1-2.1 Diagrama de puntos y diagrama tallo y hoja 4
  - 1-2.2 Distribución de frecuencias e histograma 8
- 1-3 Medidas de localización 16
  - 1-3.1 Media 16
  - 1-3.2 Mediana 18
  - 1-3.3 Moda 19
  - 1-3.4 Percentiles y cuartiles 20
- 1-4 Medidas de variabilidad 23
  - 1-4.1 Rango de la muestra y rango intercuartílico 24
  - 1-4.2 Varianza muestral y desviación estándar muestral 24
  - 1-4.3 Coeficiente de variación 28
  - 1-4.4 Diagramas de caja 29
  - 1-4.5 Salida generada por la computadora para el resumen de estadísticas 31
- 1-5 Gráficas de series de tiempo 33

Ejercicios complementarios 41

Ejercicios de comprensión 44

## 2 PROBABILIDAD 46

- 2-1 Espacios muestrales y eventos 46
    - 2-1.1 Introducción 46
    - 2-1.2 Experimentos aleatorios 49
    - 2-1.3 Eventos 52
  - 2-2 Interpretaciones de la probabilidad 61
    - 2-2.1 Introducción 61
    - 2-2.2 Axiomas de probabilidad 65
  - 2-3 Reglas de adición 69
  - 2-4 Probabilidad condicional 76
    - 2-4.1 Introducción 76
    - 2-4.2 Definición de probabilidad condicional 78
  - 2-5 Reglas de multiplicación 82
    - 2-5.1 Regla de multiplicación 82
    - 2-5.2 Regla de probabilidad total 82
  - 2-6 Independencia 86
  - 2-7 Teorema de Bayes 91
- Ejercicios complementarios 93
- Ejercicios de comprensión 97

### **3 VARIABLES ALEATORIAS Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DISCRETAS 99**

- 3-1 Variables aleatorias discretas 99
  - 3-2 Distribuciones y funciones de probabilidad 102
  - 3-3 Funciones de distribución acumulada 108
  - 3-4 Valor esperado de una variable aleatoria discreta 112
  - 3-5 Distribución uniforme discreta 119
  - 3-6 Distribución binomial 122
  - 3-7 Distribuciones geométrica y binomial negativa 131
    - 3-7.1 Distribución geométrica 131
    - 3-7.2 Distribución binomial negativa 134
  - 3-8 Distribución hipergeométrica 139
  - 3-9 Distribución Poisson 146
- Ejercicios complementarios 153  
 Ejercicios de comprensión 156

### **4 VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD 157**

- 4-1 Variables aleatorias continuas 157

- 4-2 Distribuciones de probabilidad y funciones de densidad de probabilidad 159
  - 4-3 Funciones de distribución acumulada 164
  - 4-4 Valor esperado de una variable aleatoria continua 168
  - 4-5 Distribución uniforme continua 170
  - 4-6 Distribución normal 173
  - 4-7 Aproximación normal a las distribuciones binomial y Poisson 189
  - 4-8 Distribución exponencial 195
  - 4-9 Distribuciones Erlang y gamma 204
    - 4-9.1 Distribución Erlang 204
    - 4-9.2 Distribución gamma 206
  - 4-10 Distribución Weibull 210
- Ejercicios complementarios 213  
 Ejercicios de comprensión 215

### **5 DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD CONJUNTA 217**

- 5-1 Dos variables aleatorias discretas 218
  - 5-1.1 Distribuciones de probabilidad conjunta 218
  - 5-1.2 Distribuciones de probabilidad marginal 220
  - 5-1.3 Distribuciones de probabilidad condicional 222
  - 5-1.4 Independencia 225

5-2 Múltiples variables aleatorias discretas 230	6-4 Método de máxima verosimilitud 293
5-2.1 Distribuciones de probabilidad conjunta 230	6-5 Distribuciones de muestreo 300
5-2.2 Distribución de probabilidad multinomial 233	6-6 Distribución de muestreo para medias 301
5-3 Dos variables aleatorias continuas 238	6-7 Distribución ji-cuadrada 308
5-3.1 Distribuciones de probabilidad conjunta 238	6-8 Distribución <i>t</i> 312
5-3.2 Distribuciones de probabilidad marginal 241	6-9 Distribución <i>F</i> 315
5-3.3 Distribuciones de probabilidad condicional 243	Ejercicios complementarios 319
5-3.4 Independencia 248	Ejercicios de comprensión 320
5-4 Múltiples variables aleatorias continuas 251	
5-5 Covarianza, correlación y la distribución normal bivariada 257	<b>7 ESTIMACIÓN DE INTERVALOS 323</b>
5-5.1 Covarianza y correlación 257	7-1 Intervalos de confianza 323
5-5.2 Distribución normal bivariada 265	7-2 Intervalo de confianza para la media, varianza conocida 325
5-6 Combinaciones lineales de variables aleatorias 270	7-3 Intervalo de confianza para la diferencia de dos medias, varianzas conocidas 330
5-7 Desigualdad de Chebychev 275	7-4 Intervalo de confianza para la media de una distribución normal, varianza desconocida 335
Ejercicios complementarios 277	7-5 Intervalo de confianza para la diferencia de medias de dos distribuciones normales, varianzas desconocidas 338
Ejercicios de comprensión 281	7-6 Intervalo de confianza de $\mu_1 - \mu_2$ para observaciones pareadas 343
<b>6 ESTIMACIÓN PUNTUAL 283</b>	7-7 Intervalo de confianza para la varianza de una distribución normal 349
6-1 Inferencia estadística 283	
6-2 Muestreo aleatorio 284	
6-3 Propiedades de los estimadores 288	
6-3.1 Estimadores insesgados 288	
6-3.2 Varianza y error cuadrático medio de un estimador puntual 290	

- 7-8 Intervalo de confianza para el cociente de varianzas de dos distribuciones normales 351
- 7-9 Intervalo de confianza para una proporción 354
- 7-10 Intervalo de confianza para la diferencia de dos proporciones 358
- 7-11 Tabla resumen de procedimientos para obtener intervalos de confianza 361
- 7-12 Intervalos de tolerancia 361
- Ejercicios complementarios 364
- Ejercicios de comprensión 367
- 8 PRUEBA DE HIPÓTESIS 370**
- 8-1 Introducción 370
- 8-1.1 Hipótesis estadísticas 370
- 8-1.2 Prueba de una hipótesis estadística 372
- 8-1.3 Hipótesis unilaterales y bilaterales 380
- 8-1.4 Procedimiento general para la prueba de hipótesis 382
- 8-2 Pruebas de hipótesis sobre la media, varianza conocida 385
- 8-2.1 Desarrollo del procedimiento de prueba 385
- 8-2.2 Uso de valores  $P$  en la prueba de hipótesis 388
- 8-2.3 Error tipo II y selección del tamaño de la muestra 389
- 8-2.4 Relación entre pruebas de hipótesis e intervalos de confianza 393
- 8-2.5 Prueba para muestras grandes con varianza desconocida 393
- 8-2.6 Algunos comentarios prácticos sobre la prueba de hipótesis 394
- 8-3 Prueba de hipótesis sobre la igualdad de dos medias, varianzas conocidas 396
- 8-3.1 Desarrollo del procedimiento de prueba 396
- 8-3.2 Selección del tamaño de la muestra 398
- 8-3.3 Identificación causa-efecto 400
- 8-4 Pruebas de hipótesis sobre la media de una distribución normal, varianza desconocida 404
- 8-4.1 Desarrollo del procedimiento de prueba 404
- 8-4.2 Valor  $P$  de una prueba  $t$  407
- 8-4.3 Solución por computadora 408
- 8-4.4 Selección del tamaño de la muestra 409
- 8-5 Pruebas de hipótesis sobre las medias de dos distribuciones normales, varianzas desconocidas 410
- 8-5.1 Caso 1:  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$  411
- 8-5.2 Caso 2:  $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$  413
- 8-5.3 Solución por computadora 415
- 8-5.4 Selección del tamaño de la muestra 416
- 8-6 Prueba  $t$  pareada 417
- 8-7 Pruebas de hipótesis sobre la varianza 427
- 8-7.1 Procedimientos de prueba para una población normal 427
- 8-7.2 Valor de  $\beta$  y selección del tamaño de la muestra 429
- 8-7.3 Procedimiento de prueba para muestras grandes 430
- 8-8 Pruebas para la igualdad de dos varianzas 431
- 8-8.1 Procedimiento de prueba para poblaciones normales 431

8-8.2 Valor de $\beta$ y selección del tamaño de la muestra 433	9-4 Abusos comunes de la regresión 489
8-8.3 Procedimiento de prueba para muestras grandes 434	9-5 Prueba de hipótesis en la regresión lineal simple 490
8-9 Pruebas de hipótesis sobre una proporción 436	9-5.1 Uso de pruebas $t$ 490
8-9.1 Desarrollo del procedimiento de prueba 436	9-5.2 Enfoque del análisis de varianza para la prueba de significancia de la regresión 493
8-9.2 Valor de $\beta$ y selección del tamaño de la muestra 438	9-6 Intervalos de confianza 498
8-10 Pruebas de hipótesis sobre dos proporciones 440	9-6.1 Intervalos de confianza para la pendiente y la ordenada al origen 498
8-10.1 Prueba de muestra grande para $H_0: p_1 = p_2$ 440	9-6.2 Intervalo de confianza para la respuesta media 499
8-10.2 Valor de $\beta$ y selección del tamaño de la muestra 441	9-7 Predicción de nuevas observaciones 501
8-11 Prueba de bondad del ajuste 444	9-8 Evaluación de la adecuación del modelo de regresión 506
8-11.1 Prueba ji-cuadrada de bondad del ajuste 444	9-8.1 Análisis residual 506
8-11.2 Gráfica de probabilidad 449	9-8.2 Coeficiente de determinación ( $R^2$ ) 508
8-12 Pruebas con tablas de contingencia 456	9-8.3 Prueba de falta de ajuste 510
8-13 Tabla resumen de procedimientos para la prueba de hipótesis 461	9-9 Transformaciones que llevan a una línea recta 516
Ejercicios complementarios 461	9-10 Correlación 517
Ejercicios de comprensión 469	Ejercicios complementarios 525
	Ejercicios de comprensión 529

## **9 REGRESIÓN LINEAL SIMPLE Y CORRELACIÓN 471**

9-1 Modelos de regresión 471
9-2 Regresión lineal simple 474
9-3 Propiedades de los estimadores de mínimos cuadrados y estimación de $\sigma^2$ 486

## **10 REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE 531**

10-1 Modelo de regresión lineal múltiple 531
10-2 Estimación de los parámetros por mínimos cuadrados 536

10-3 Enfoque matricial para la regresión lineal múltiple	539	10-12 Coeficientes de regresión estandarizados	607
10-4 Propiedades de los estimadores de mínimos cuadrados y estimación de $\sigma^2$	553	10-13 Multicolinealidad y regresión de arista	611
10-5 Prueba de hipótesis en la regresión lineal múltiple	555	Ejercicios complementarios	617
10-5.1 Prueba para la significancia de la regresión	556	Ejercicios de comprensión	623
10-5.2 Pruebas sobre los coeficientes individuales de regresión y sobre subconjuntos de coeficientes	558		
10-6 Intervalos de confianza en la regresión lineal múltiple	565		
10-6.1 Intervalos de confianza para los coeficientes de regresión	565		
10-6.2 Intervalo de confianza para la respuesta promedio	566		
10-7 Predicción de nuevas observaciones	567		
10-8 Medidas de adecuación del modelo	571	11-1 La estrategia de la experimentación	625
10-8.1 Coeficiente de determinación múltiple	571	11-2 Experimento completamente aleatorizado de un solo factor	627
10-8.2 Análisis residual	572	11-2.1 Ejemplo	627
10-8.3 Observaciones influentes	576	11-2.2 Análisis de varianza	628
10-9 Modelos de regresión polinomiales	581	11-2.3 Intervalos de confianza para las medias de los tratamientos	637
10-10 Variables indicadoras	584	11-2.4 Análisis residual y verificación del modelo	639
10-11 Selección de variables en la regresión múltiple	590	11-3 Pruebas sobre las medias de cada tratamiento	646
10-11.1 El problema de construcción de modelos	590	11-3.1 Comparación gráfica de medias	646
10-11.2 Procedimientos computacionales para la selección de variables	590	11-3.2 Contrastes ortogonales	647
10-11.3 Salida generada por la computadora para la regresión por pasos	601	11-3.3 Prueba de rangos múltiples de Duncan	650
		11-4 El modelo de efectos aleatorios	653
		11-5 Diseño aleatorizado por bloques completos	660
		11-5.1 Diseño y análisis estadístico	660
		11-5.2 Pruebas sobre las medias de cada tratamiento	667
		11-5.3 Análisis residual y verificación del modelo	668

11-5.4 Diseño aleatorizado por bloques completos con factores aleatorios 671	12-6.2 Diseño $2^k$ para $k \geq 3$ factores 728
11-6 Determinación del tamaño de la muestra en experimentos con un solo factor 674	12-6.3 Réplica única del diseño $2^k$ 738
11-6.1 Caso de efectos fijos 674	12-6.4 Adición de puntos centrales al diseño $2^k$ 744
11-6.2 Caso de efectos aleatorios 676	12-7 Formación de bloques y confusión en el diseño $2^k$ 751
11-7 Resultados generados por computadora 678	12-8 Replicación fraccionaria del diseño $2^k$ 757
Ejercicios complementarios 678	12-8.1 Fracción un medio del diseño $2^k$ 758
Ejercicios de comprensión 683	12-8.2 Fracciones más pequeñas: diseño factorial fraccionario $2^{k-p}$ 765
<b>12 DISEÑO DE EXPERIMENTOS CON VARIOS FACTORES 686</b>	12-9 Métodos y diseños de superficie de respuesta 778
12-1 Introducción 686	12-9.1 Método de ascenso por pasos 780
12-2 Algunas aplicaciones de las técnicas de diseño experimental 687	12-9.2 Análisis de una superficie de respuesta de segundo orden 782
12-3 Experimentos factoriales 690	Ejercicios complementarios 793
12-4 Experimentos factoriales con dos factores 696	Ejercicios de comprensión 800
12-4.1 Análisis estadístico del modelo de efectos fijos 697	
12-4.2 Verificación de la adecuación del modelo 704	
12-4.3 Salida generada por computadora 705	
12-4.4 Una observación por celda 708	
12-4.5 Factores aleatorios 710	
12-5 Experimentos factoriales generales 714	
12-6 Diseño factorial $2^k$ 720	
12-6.1 Diseño $2^2$ 721	
	<b>13 ESTADÍSTICAS NO PARAMÉTRICAS 802</b>
	13-1 Introducción 802
	13-2 Prueba del signo 803
	13-2.1 Descripción de la prueba del signo 803
	13-2.2 Prueba del signo para muestras pareadas 808
	13-2.3 Error de tipo II para la prueba del signo 809
	13-2.4 Comparación entre la prueba del signo y la prueba $t$ 811
	13-3 Prueba de rango con signo de Wilcoxon 814

13-3.1 Descripción de la prueba	815	14-6 Cartas de control para mediciones individuales	862
13-3.2 Aproximación para muestras grandes	816	14-7 Cartas de control de atributos	866
13-3.3 Observaciones pareadas	817	14-7.1 Carta <i>p</i> (carta de control para la fracción de artículos defectuosos o que no cumplen con las especificaciones)	866
13-3.4 Comparación con la prueba <i>t</i>	818	14-7.2 Carta <i>C</i> (carta de control de defectos)	869
13-4 Prueba de la suma de rangos de Wilcoxon	820	14-7.3 Carta <i>U</i> (carta de control de defectos por unidad)	871
13-4.1 Descripción de la prueba	820	14-8 Carta de control de suma acumulativa	875
13-4.2 Aproximación para muestras grandes	822	14-9 Otras herramientas CEP para la solución de problemas	884
13-4.3 Comparación con la prueba <i>t</i>	822	14-10 Implantación del CEP	887
13-5 Métodos no paramétricos en el análisis de varianza	824	Ejercicios complementarios	890
13-5.1 Prueba de Kruskal-Wallis	824	Ejercicios de comprensión	893
13-5.2 Transformación de rango	827		
Ejercicios complementarios	829		
Ejercicios de comprensión	830		

## 14 CONTROL ESTADÍSTICO DE CALIDAD 831

14-1 Estadística y mejora en la calidad	831
14-2 Control estadístico de la calidad	833
14-3 Control estadístico de procesos	833
14-4 Introducción a las cartas de control	834
14-4.1 Principios básicos	834
14-4.2 Selección de límites de control, tamaño de la muestra y frecuencia de muestreo	839
14-4.3 Subgrupos racionales	842
14-4.4 Análisis de patrones en cartas de control	844
14-5 Cartas de control $\bar{X}$ y <i>R</i>	847

## APÉNDICES

A. Tablas y cartas estadísticas	A-1
B. Material técnico complementario	B-1
I. Técnicas de conteo	B-1
II. Función generadora de momentos	B-8
III. Funciones de variables aleatorias	B-16
IV. Desarrollo de las distribuciones <i>t</i> y <i>F</i>	B-25
V. Enfoque bayesiano de la estimación	B-28
VI. Pruebas del cociente de verosimilitud	B-33

- VII. Factores aleatorios en experimentos  
factoriales B-36
- C. Bibliografia C-1
- D. Respuestas a ejercicios  
seleccionados D-1
- Índice I-1